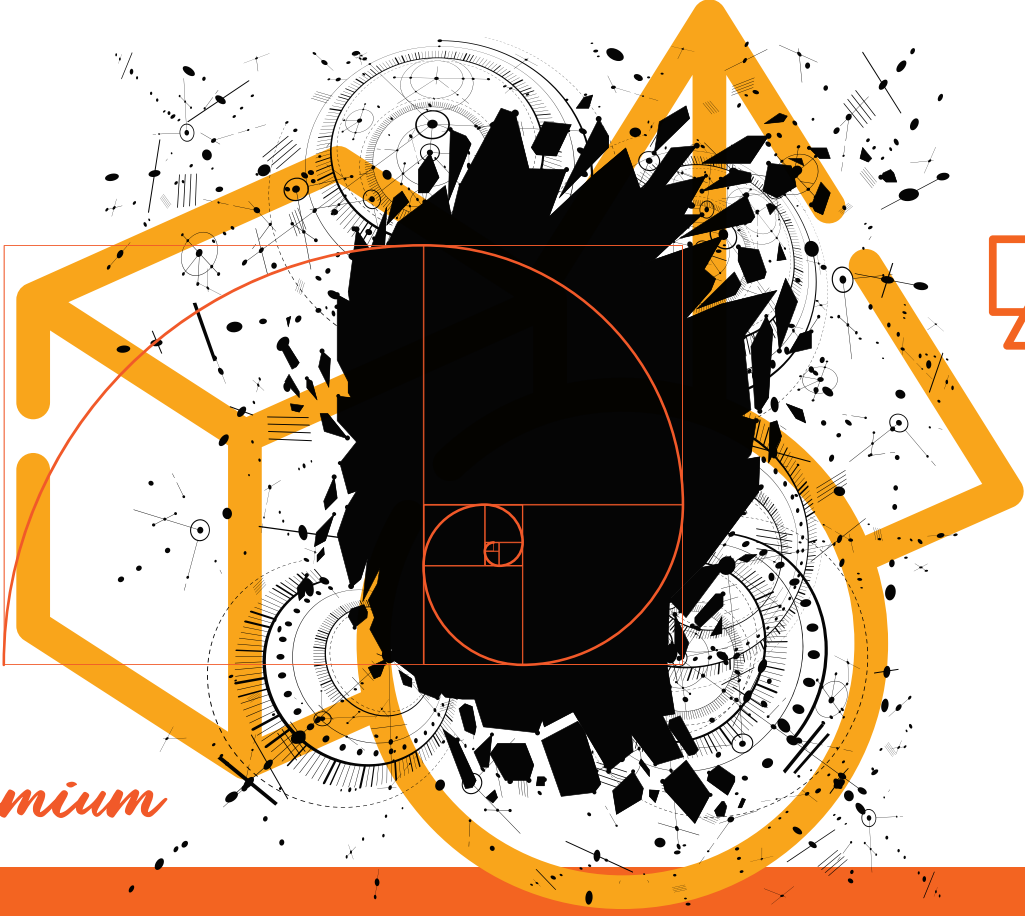


Matematik

KONU ANLATIMLI

7
tambilgi
yayınları



Premium

YAYINCI: Vip Tam Bilgi Yayınları Tic. Ltd. Şti. / tambilgiyayinlari.com

SERTİFİKA NO: 41466 **ISBN NO:** 978-605-7500-87-8

YAZAR: Musa Fehmi Orakcı

BASKI ve CİLT: KAREMAT MATBAACILIK

SERTİFİKA NO: 40944

MARKALAMA & KAPAK: Tayfun Öztürk / www.tayfunozturk.com

Kitapta yer alan tüm içeriklerin sorumluluğu yazarlarına aittir.



**MOBİL OPTİK OKUMA
UYGULAMAMIZI**



App Store'dan
İndirebilirsiniz



Google Play'den
İndirebilirsiniz

Öneri ve Görüşleriniz İçin,
bilgi@tambilgiyayinlari.com
0532 415 70 89

5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu uyarınca bu kitabın her hakkı saklıdır ve **VİP TAM BİLGİ YAYINLARI TİC. LTD. ŞTİ**'ye aittir. Kitabın tamamının veya bir kısmının yayınevinin önceden yazılı izni alınmadan kısmen de olsa çoğaltılması, yayımlanması, internet ortamına aktarılması yasaktır.



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl...
Hakkıdır, Hakk'a tapan, milletimin istiklâl!

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfakını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imânı boğar,
'Medeniyet!' dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş! Yurduma alçakları uğratma, sakın.
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın...
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri 'toprak!' diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da, bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki fedâ?
Şühedâ fişkırarak toprağı sıksan, şühedâ!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Hüdâ,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden, ilâhi, şudur ancak emeli:
Değmesin mâbedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar-ki şahâdetleri dinin temeli,
Ebedi yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerihamdan, ilâhi, boşanıp kanlı yaşım,
Fıskırır ruh-i mücerred gibi yerden nâ'sım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl:
Hakkıdır, hür yaşamış, bayrağımın hürriyet;
Hakkıdır, Hakk'a tapan, milletimin istiklâl!

İÇİNDEKİLER



ÜNİTE - 1

TAM SAYILARLA İŞLEMLER..... 04

Sayma Pullarını Tanıyalım	04
Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri	04
Tam Sayılarla Çarpma İşlemi.....	06
Tam Sayılarla Bölme İşlemi.....	07
Üslü Sayılar.....	08
Problemler	09
Test-1	12

ÜNİTE - 2

RASYONEL SAYILAR.....14

Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterimi.....	14
Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi	15
Devirli Olan ve Olmayan Ondalık Gösterimleri	
Rasyonel Sayı Olarak Yazma.....	16
Rasyonel Sayılarda Sıralama	17
Test-2	20

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER22

Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi.....	22
Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri	23
Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler	25
Rasyonel Sayıların Karesi ve Köpü	26
Rasyonel Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren	
Problemler	28
Test-3.....	32

ÜNİTE - 3

CEBİRSEL İFADELER.....34

Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemi	35
Bir Doğal Sayı ile Bir Cebirsel İfadeyi Çarpma	38
Örüntüler ve İlişkiler	39
Test-4.....	42

EŞİTLİK VE DENKLEM

Eşitliğin Korunumu	44
Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurma	45
Denklem Çözme	46
Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler	48
Test-5.....	52

ÜNİTE - 4

ORAN VE ORANTI.....54

Doğru Orantı	56
Ters Orantı	58
Test-6.....	62

YÜZDELER

Bir Çokluğun Belirli Bir Yüzdesini Bulma	64
Belirli Bir Yüzdesi Verilen Çokluğun	
Tamamını Bulma	64
Bir Çokluğu Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak	
Hesaplama	65
Bir Çokluğu Belirli Bir Yüzdesi Kadar Artırma ve	
Azaltma	66
Yüzde Problemleri	67
Test-7.....	72

ÜNİTE - 5

DOĞRULAR VE AÇILAR.....74

Bir Açının Açortayı.....	74
Düzlemde Üç Doğrunun Birbirine Göre Durumları ...	74
İki Paralel Doğrunun Bir Kesen ile Yaptığı Açılar.....	74
Test-8.....	78

ÇOKGENLER

Çokgenlerin İç ve Dış Açıları	80
Test-9.....	86

ÇEMBER VE DAİRE

Çemberde Merkez Açılar ve	
Bu Açıların Gördüğü Yaylar	88
Çember ve Çember Parçasının Uzunluğu.....	88
Daire ve Daire Diliminin Alanı	89
Test-10	92

ÜNİTE - 6

VERİ ANALİZİ 94

Çizgi Grafiği	94
Aritmetik Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer	95
Daire Grafiği.....	98
Grafikler Arasındaki Dönüşümler	99
Test-11	102

CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

Üç Boyutlu Cisimlerin İki Boyutlu Görünümleri.....	104
Farklı Yönlerden Görünümleri Verilen Yapıyı	
Oluşturma	105
Test-12	108

CEVAP ANAHTARI 110



1 TAM SAYILARLA İŞLEMLER

Sayma Pullarını Tanıyalım

$\oplus \rightarrow +1$

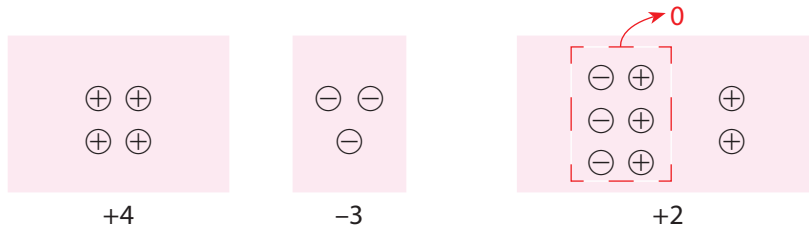
$\ominus \rightarrow -1$

$\oplus \ominus \rightarrow 0$

Nötr Pul

olarak kabul edilir.

Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.



Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

- Pozitif iki tam sayı toplanırken işaretlerine bakılmaksızın toplanır ve sonuca (+) işareti yazılır.

$(+3) + (+2) = +5$

$(+7) + (+11) = +18$

- Negatif iki tam sayı toplanırken işaretlerine bakılmaksızın toplanır ve sonuca (-) işareti yazılır.

$(-7) + (-3) = -10$

$(-35) + (-21) = -56$

- Zıt (ters) işaretli iki tam sayı toplanırken sayıların mutlak değerleri farkı hesaplanır. Sonuca bu fark mutlak değerce büyük olan sayının işaretiyle yazılır.

Örneğin;

 $(-8) + (+5)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$|-8| = 8$

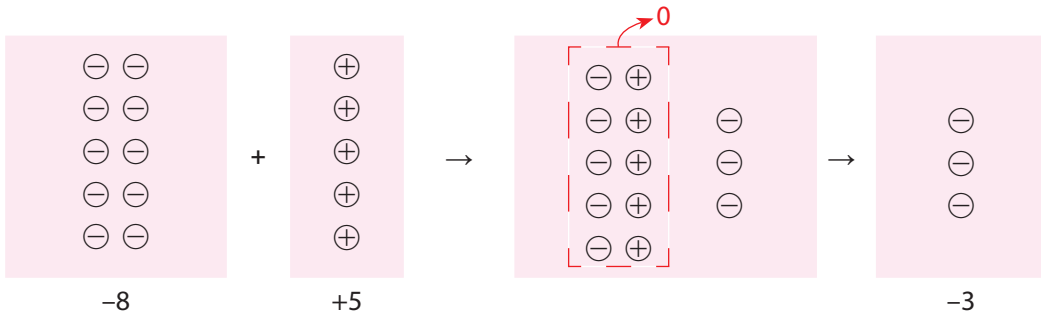
$8 - 5 = 3$

$|+5| = 5$

-8 ayısının mutlak değeri daha büyük olduğundan sonuca (-) işareti verilir.

Yani $(-8) + (+5) = -3$ 'dir.

Aynı işlemi sayma pulları yardımıyla yapalım.



- Tam sayılarla çıkarma işlemi yapılırken eksilen sayı, çıkan sayının ters işaretlisi ile toplanarak işlem yapılır.

$$(-9) - (+3) = (-9) + (-3) = -12$$

$$(+4) - (+10) = (+4) + (-10) = -6$$

$$(+27) - (-13) = (+27) + (+13) = +40$$

Tam Sayılarla Toplama İşleminin Özellikleri

1. Değişme Özelliği

Tam sayılarda toplanan sayıların yerleri değiştirildiğinde sonuç değişmez.

$$\begin{array}{l} (+3) + (-7) = -4 \\ (-7) + (+3) = -4 \end{array} \quad \left\} \quad (+3) + (-7) = (-7) + (+3)$$

2. Birleşme Özelliği

Tam sayılarda ikiden fazla tam sayı toplanırken, toplanan sayıları gruplamasını değiştirirsek toplam değişmez.

$$\begin{array}{l} [(+3) + (+5)] + (-14) = (+8) + (-14) \\ \quad \quad \quad = -6 \\ (+3) + [(+5) + (-14)] = (+3) + (-9) \\ \quad \quad \quad = -6 \end{array} \quad \left\} \quad [(+3) + (+5)] + (-14) = (+3) + [(+5) + (-14)]$$

3. Etkisiz Eleman

Toplama işleminde etkisiz eleman 0 (sıfır)'dır.

$$\begin{array}{l} 0 + (-9) = -9 \\ (-15) + 0 = -15 \end{array} \quad \left\} \quad \text{sıfırın toplama işlemine etkisi yoktur.}$$

4. Ters Eleman

Toplamları 0'a eşit olan iki tam sayı birbirinin toplama işlemine göre tersidir.

$$\begin{array}{l} (+8) + (-8) = 0 \quad \longleftrightarrow \quad +8 \text{ sayısının toplama işlemine göre tersi } -8 \text{ 'dir.} \\ (-16) + (+16) = 0 \quad \longleftrightarrow \quad -16 \text{ sayısının toplama işlemine göre tersi } +16 \text{ 'dır.} \end{array}$$

Yani bir tam sayının toplama işlemine göre tersi, ters işaretlisidir diyebiliriz.

$$+19 \longleftrightarrow -19$$

$$-7 \longleftrightarrow +7$$

Sıfırın toplama işlemine göre tersi 0'dır.



Tam Sayılarla Çarpma İşlemi

Tam sayılarla çarpma işlemi yapılırken önce sayıların işaretleri daha sonra sayılar çarpılır.

- Aynı işaretli sayılar çarpıldığında sonuç pozitif, farklı işaretli sayılar çarpıldığında sonuç negatiftir.

$$\oplus \cdot \oplus = \oplus$$

$$\oplus \cdot \ominus = \ominus$$

$$\ominus \cdot \ominus = \oplus$$

$$\ominus \cdot \oplus = \ominus$$

$$(+3) \cdot (+2) = +6$$

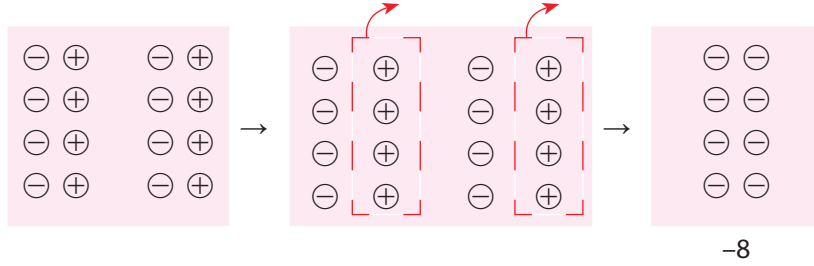
$$(+4) \cdot (-3) = -12$$

$$(-7) \cdot (-5) = +35$$

$$(-8) \cdot (+2) = -16$$

- $(-2) \cdot (+4) = -8$ işlemini sayma pulları yardımıyla yapalım.

Bu işlem için 2 tane 4'lü sıfır (nötr pullar) oluşturalım. Daha sonra $\oplus$ pulları çıkaralım. Kalan pulları belirleyelim.



Tam Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri

1. Değişme Özelliği

İki tam sayı çarpılırken yerleri değiştirildiğinde çarpım değişmez.

$$\begin{aligned} (-2) \cdot (+7) &= -14 \\ (+7) \cdot (-2) &= -14 \end{aligned} \quad \left\} \quad (-2) \cdot (+7) = (+7) \cdot (-2)\right.$$

2. Birleşme Özelliği

İkiden fazla tam sayı çarpılırken, çarpılan sayıların gruplaması değiştirilirse çarpım değişmez.

$$\begin{aligned} [(-2) \cdot (+5)] \cdot (-3) &= +30 \\ (-2) \cdot [(+5) \cdot (-3)] &= +30 \end{aligned} \quad \left\} \quad [(-2) \cdot (+5)] \cdot (-3) = (-2) \cdot [(+5) \cdot (-3)]\right.$$

3. Etkisiz Eleman

Çarpma işleminde etkisiz eleman 1'dir. Yani bir tam sayının 1 ile çarpımı kendisine eşittir.

$$(-6) \cdot 1 = -6$$

$$1 \cdot (+40) = +40$$

4. Yutan Eleman

Bir tam sayının 0 ile çarpımı sıfırdır. Çarpma işleminin yutan elemanı sıfırdır.

$$5 \cdot 0 = 0$$

$$(-9) \cdot 0 = 0$$

5. Dağılma Özelliği

Tam sayılarda çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerinde dağılma özelliği vardır.

$$\begin{aligned} (-2) \cdot [(-3) + (+5)] &= (-2) \cdot (-3) + (-2) \cdot (+5) \\ &= (+6) + (-10) \\ &= -4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

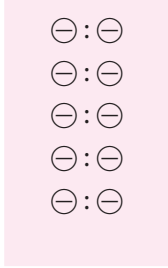
Tam Sayılarla Bölme İşlemi

Çarpma işleminde olduğu gibi bölme işleminde de önce sayıların işaretleri sonra sayıların değerleri bölünür.

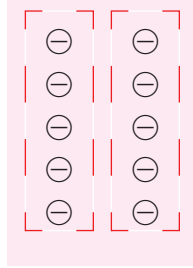
- Aynı işaretli tam sayıların birbirine bölümü pozitif, farklı işaretli tam sayıların birbirine bölümü negatiftir.

$\oplus : \oplus = \oplus$	$\oplus : \ominus = \ominus$
$\ominus : \ominus = \oplus$	$\ominus : \oplus = \ominus$
$(+12) : (+6) = +2$	$(+45) : (-9) = -5$
$(-24) : (-4) = +6$	$(-108) : (+3) = -36$

- $(-10) : (+2) = -5$ işlemini sayma pulları yardımıyla yapalım.



→



→

-10 sayısı 2 gruba ayrıldığında oluşan her grupta 5 tane $\ominus$ pul aldığına göre $(-10) : (+2) = -5$ 'tir.

-10

- Sıfır hariç her tam sayının kendisine bölümü 1'dir.

$$\frac{+30}{+30} = 1 \quad (-28) : (-28) = 1$$

- Her tam sayının 1'e bölümü kendisine eşittir.

$$\frac{-100}{1} = -100 \quad (+24) : 1 = +24$$

- Her tam sayının -1'e bölümü o tam sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.

$$\frac{+15}{-1} = -15 \quad (-20) : -1 = +20$$

- Sıfırın, sıfır hariç herhangi bir tam sayıya bölümü sıfırdır.

$$0 : 7 = 0 \quad 0 : -4 = 0$$

- Bir tam sayının sıfıra bölümü tanımsız, sıfırın sıfıra bölümü belirsizdir.

$$17 : 0 \rightarrow \text{Tanımsız}$$

$$-53 : 0 \rightarrow \text{Tanımsız}$$

$$\frac{0}{0} \rightarrow \text{Belirsiz}$$





Tam Sayılarla İşlemler

Üslü Sayılar

Bir tam sayının kendisiyle tekrarlı çarpımına **o sayının kuvveti** denir.

a sıfırdan farklı bir tam sayı ve b doğal sayı olmak üzere;

$$a^b = \underbrace{a.a.a. \dots a}_{b \text{ tane}} \text{ 'dir.}$$

a^n ifadesindeki a sayısına taban, n sayısına **üs** veya **kuvvet** denir. a^n ifadesine de **üslü nicelik** denir.

a^n , "a'nın n. kuvveti" ya da "a üssü n" şeklinde okunur.

$$2^4 = 2.2.2.2 \\ = 16$$

$$(-4)^3 = (-4) . (-4) . (-4) \\ = -64$$

Üslü niceliklerin özelliklerini aşağıdaki gibi sıralayabiliriz.

- Negatif tam sayıların tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitifdir.

$$(-2)^4 = (-2).(-2).(-2).(-2) = +16$$

$\begin{array}{ccccccc} & \diagdown & & \diagup & & \diagdown & \\ & + & & . & & + & \\ & \diagup & & \diagdown & & \diagup & \\ & + & & . & & + & \end{array}$

$$(-3)^3 = (-3).(-3).(-3) = -27$$

$\begin{array}{ccccccc} & \diagdown & & \diagup & & \diagdown & \\ & + & & . & & - & \\ & \diagup & & \diagdown & & \diagup & \\ & + & & . & & - & \end{array}$

- Pozitif tam sayıların bütün kuvvetleri pozitifdir.

$$(+10)^3 = 1000$$

$$(+4)^3 = 64$$

$$(+6)^2 = 36$$

- +1 sayısının her kuvveti +1'dir.

$$(+1)^{2008} = +1$$

$$(+1)^4 = +1$$

$$(+1)^{18} = +1$$

- 1 sayısının tek kuvvetleri -1, çift kuvvetleri +1'dir.

$$(-1)^7 = -1$$

$$(-1)^{10} = +1$$

- Her sayının 1. kuvveti kendisine eşittir.

$$(-2020)^1 = -2020$$

$$48^1 = 48$$

- Sıfır hariç her sayının sıfırıncı kuvveti 1'dir. Sıfırın sıfırıncı kuvveti belirsizdir.

$$4^0 = 1$$

$$(-35)^0 = 1$$

$$0^0 \rightarrow \text{Belirsiz}$$



Negatif tam sayıların kuvvetini alma işlemlerinde ()'in yerine dikkat edilmelidir.

Örneğin;

$$-3^2 = -3 . 3 = -9 \text{ (Parantez yok)}$$

$$(-3)^2 = (-3) . (-3) = +9$$

$$(-3^2) = (-3 . 3) = -9$$



Örneğin;

$-3^{10} + (-3)^{10} + (2008)^0$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm:

$-3^{10} \rightarrow -3$ parantez içinde olmadığı için sonuç negatiftir.

$(-3)^{10} \rightarrow -3$ parantez içinde olduğu için sonuç pozitiftir.

$2008^0 \rightarrow$ Her sayının sıfırıncı kuvveti 1'dir.

O halde

$$-3^{10} + (-3)^{10} + 2008^0 = 0 + 1 = 1 \text{ bulunur.}$$

Aynı değere sahip
olup biri negatif
diğeri pozitiftir.
Topamları 0'dır.



Üslü nicelikleri bazı sayıların sınırlı sayıdaki kuvvetlerini bilmek 8. sınıfa hazırlık sorularında zaman kazanmak açısından faydalı olacaktır.

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

$$6^1 = 6$$

$$6^2 = 36$$

$$6^3 = 216$$

Problemler

Tam sayılarla ilgili problem çözümlerinde verilen ifadelerle göre sayılar negatif veya pozitif olarak yazılır. Zarar, indirim, kaybedilen puan ve aşağı inme gibi ifadeleri gösteren sayılar “-” işaretle işleme alınırken, kâr, kazanılan puan, zam ve yukarı çıkma gibi ifadeleri gösteren sayılar “+” işaretle işleme alınır.

Aşağıdaki problemin çözümünü inceleyelim.

Örneğin;

20 soruluk bir sınavda tüm sorulara cevap veren bir öğrenci 12 soruyu doğru yapmıştır. Sınavda her doğru soru için 5 puan verilirken her yanlış soru için 2 puan silinecektir.

Buna göre bu öğrenci kaç puan almıştır?

Çözüm:

12 soru doğru yaptığına göre;

Yanlış sayısı $20 - 12 = 8$ 'dir.

Doğru soruların her biri $\rightarrow +5$

Yanlış soruların her biri $\rightarrow -2$

O halde

$$(+5) \cdot 12 + (-2) \cdot 8 = (+60) + (-16) = +44 \text{ puan alır.}$$



ÖRNEK SORU

Aşağıdaki şekilde her rafı iki bölmeden oluşan 4 raflı bir kitaplıkta bulunan kitap sayıları gösterilmiştir.

12 kitap



29 kitap ← 4. Raf

35 kitap

30 kitap ← 3. Raf

45 kitap

21 kitap ← 2. Raf

24 kitap

18 kitap ← 1. Raf

Rafların bölmelerinde bulunan kitaplara dokunulmamak şartıyla her rafta bulunan kitap sayıları en az sayıda kitap eklenerek eşitlenmek isteniyor. Bu iş için;

1. ve 3. raflara eklenecek kitap sayılarının toplamı A, 2. ve 4. raflara eklenecek kitap sayılarının toplamı B olduğuna göre $A - B$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2

B) 0

C) 2

D) 4

Çözüm:

Öncelikle her rafta bulunan kitap sayılarının toplamını belirleyelim.

4. Raf

→ $12 + 29 = 41$

3. Raf

→ $35 + 30 = 65$

2. Raf

→ $45 + 21 = 66$

1. Raf

→ $24 + 18 = 42$

Her rafta bulunan kitap sayısını 66 yapalım.

1. rafa → $66 - 42 = 24$ kitap

2. rafa → 0 kitap

3. rafa → $66 - 65 = 1$ kitap

4. rafa → $66 - 41 = 25$ kitap eklenmelidir.

$A = 24 + 1 = 25$

$B = 0 + 25 = 25$

$A - B = 25 - 25 = 0$

Cevap: B

1. Aşağıdaki toplama işlemlerinde boş bırakılan yerlere gelecek olan tam sayıları bulunuz.

a. $+18 + (-7) = (-7) + \square =$

b. $\square + (-44) = -44$

c. $(-13) + 5 + (-3) = \square + (-3) + (-13)$

d. $45 + 28 + (-37) = (-9) + \square$

2. Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $[(+43) + (-24)] - (-5) =$

b. $35 - [(+5) - (-4)] =$

c. $28 - (-14) + (-30) =$



3. Aşağıda verilen çarpma ve bölme işlemini yaparak sonuçlarını karşılaştırınız. <, > ve = sembollerinden uygun olanı yazınız.

a. $(-45) \cdot (+2) \dots\dots\dots (-6) \cdot (+15)$

b. $(-4) \cdot (-6) \cdot (+5) \dots\dots\dots (-30) \cdot (+4)$

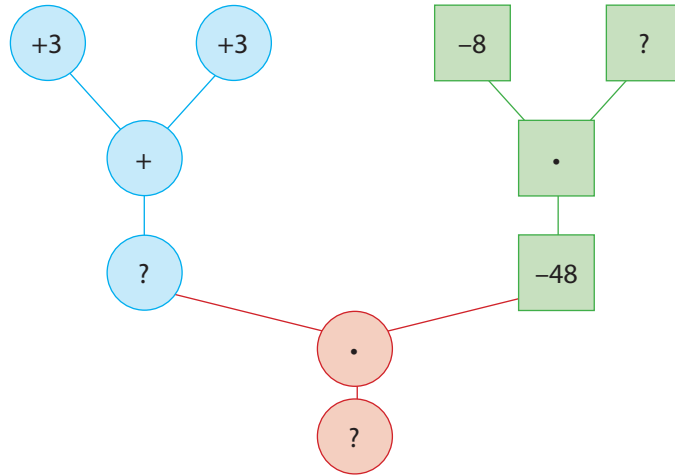
c. $3 \cdot (-16) \cdot (-2) \dots\dots\dots (-4) \cdot (+10) \cdot (-3)$

d. $(-400) : (+80) \dots\dots\dots (-3) \cdot (-2) \cdot (-1)$

e. $(+48) \cdot (-3) \dots\dots\dots (-720) : (+5)$



4. Aşağıda verilen işlem şemalarında ? ile belirtilen yerlere gelmesi gereken tam sayıları bulunuz.



5. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $(-2)^3 + 4^0 + (-10)^1 =$

b. $15 : (-3) - (-1)^{28} =$

c. $[(18^0 + 1) \cdot (-5)] - (-3) =$

d. $(5 + 2^4) : (-3) =$

e. $-2^4 - (-2)^4 =$

f. $0^5 + (-1)^{2001} + (-1)^{2002} =$



1. $(-17) + (-4) - (-8)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -13 B) -11
C) 8 D) +13

2. I. $(-7) \cdot (+8) = +56$

II. $(-7) - (-3) = +4$

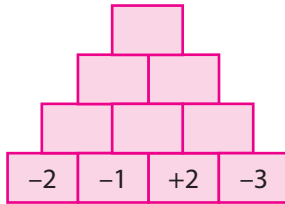
III. $(-8) : (-2) + 3 = +7$

IV. $(-5) + (-3) \cdot (-2) = +1$

Yukarıdaki işlemlerden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) III ve IV
C) Yalnız III D) II ve IV

3.



Yukarıda verilen şekilde altta bulunan iki tuğlanın üzerinde yazılı olan tam sayıların çarpımı üstlerinde bulunan tuğlaya yazılacağına göre en üstte bulunan tuğlanın üzerine hangi tam sayı yazılır?

- A) -12 B) -24 C) -36 D) -48

4.

•	4	-1	6
-3	d		a
7		b	
5	c		

Yukarıda verilen çarpma işlemi tablosuna göre $a + b + c - d$ kaçtır?

- A) -8 B) -3 C) 5 D) 7

5.

$(+21) + \blacktriangle = -8$

$\blacktriangle : \blacksquare = -1$

$\blacksquare - (-1) = \star$

Yukarıda verilen işlemlerde $\star$ yerine gelmesi gereken tam sayının toplama işlemine göre tersi kaçtır?

- A) -30 B) -28 C) 28 D) 30

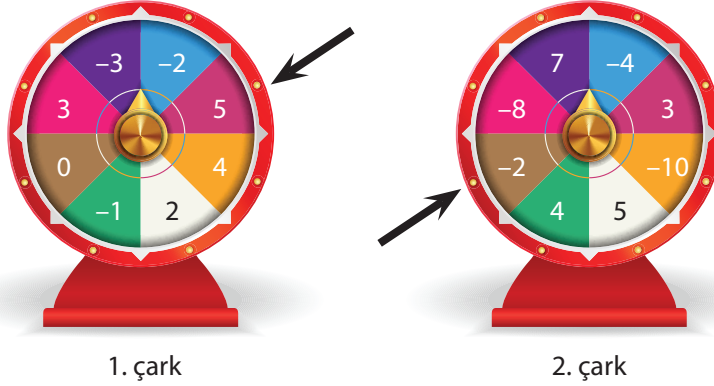
6. $x = 5, y = -3$ ve $z = 2$ olmak üzere;

$x^z + y^z + z^x$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 52 B) 57 C) 66 D) 69



7.



Yasin ve Salih yukarıda verilen iki çark ile tam sayılarla işlem oyunu oynuyorlar.

Oyun kuralları aşağıdaki gibidir.

- Sırasıyla oyuncular iki çarkta çevirecek, okun üzerine geldiği sayılar çarpılarak o oyuncunun aldığı puan belirlenecektir.
- Küçük puanı alan oyunu kazanır.

Örneğin;

Yasin 1. çark $\rightarrow$ 2
2. çark $\rightarrow$ -10

Yasin'in aldığı puan = $2 \cdot (-10) = -20$

Salih 1. çark $\rightarrow$ -3
2. çark $\rightarrow$ 7

Salih'in aldığı puan = $(-3) \cdot 7 = -21$

$-21 < -20$ olduğu için oyunu Salih kazanır.

Yasin çarkları çevirdiğinde sırasıyla okun üzerine -3 ve -8 sayılarının üzerine, Salih 1. çarkı çevirdiğinde ok 4 sayısının üzerine gelmiştir.

Buna göre Salih 2. çarkı çevirdiğinde oyunu kaybetmesi için okun üzerine kaç farklı sayı gelebilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

8. Bir hedef tahtasına altışar atış yapan üç arkadaşın yaptığı isabetli atışlar ve isabet ettirdiklerinde aldıkları puanlar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Kişiler	Vurulmuş Bölgedeki Puan	İsabet Sayısı
Burcu	+2	4
Berna	+3	5
Betül	+5	3

Her bir isabetsiz atış için 2 puan kaybedildiğine göre, altışar atış sonunda Betül'ün aldığı toplam puan, Burcu ve Berna'nın aldığı toplam puandan kaç eksiktir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10



2 RASYONEL SAYILAR

Rasyonel Sayıları Tanıyalım

a bir tam sayı ve b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere; $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara rasyonel sayılar denir.

$$\frac{3}{4}, \frac{-2}{9}, 3, \frac{7}{5}, 0, -4, \dots$$

”

Her tam sayı paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.

$$5 \rightarrow \frac{5}{1} \quad -4 \rightarrow \frac{-4}{1} \quad 0 \rightarrow \frac{0}{1}$$

”

Rasyonel sayılarda $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ 'dir.

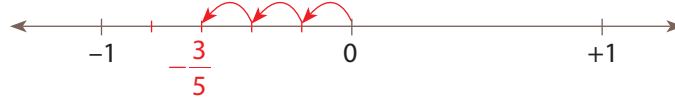
$$\frac{-4}{9} = \frac{4}{-9} = -\frac{4}{9}$$

Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterimi

Rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermek için ardışık tam sayılar arası payda kadar eş parçayı ayrılır. Pay kadar değer sayılarla işaretlenir. Rasyonel sayı pozitif ise sayma işlemi sağa, negatif ise sola doğru yapılır.

Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

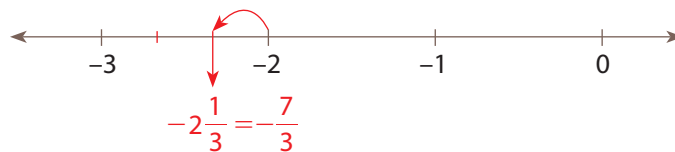
$$\frac{-3}{5} \text{ (-1 ile 0 arasındadır)}$$



$$+\frac{11}{7} = 1\frac{4}{7} \text{ (+1 ile +2 arasındadır)}$$



$$-\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3} \text{ (-3 ile -2 arasındadır)}$$



Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi

Rasyonel sayılar paydaları 10 sayısının kuvvetleri (10, 100, 1000, ...) yapılarak veya payı paydasına bölünerek ondalık gösterime dönüştürülebilir.

$$\frac{7}{4} = \frac{175}{100} = 1,75$$

(25)

ya da

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 00 \end{array}$$

$$-\frac{11}{5} = -\frac{22}{10} = -2,2$$

(2)

ya da

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 5} \\ \underline{10} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$$

2,2 → -2,2

Bir rasyonel sayının payı paydasına bölündüğünde oluşan ondalık gösterimin virgülden sonraki kısmında (ondalık kısım) belirli bir yerden sonra rakamlar tekrar etmeye başlıyorsa bu ondalık gösterimlere **devirli ondalık gösterim** denir. Tekrar eden sayıların üzerine çizgi çekilerek gösterilir. Bu çizgiye **devir çizgisi** denir.

$$\frac{7}{3} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ \underline{6} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array} \Rightarrow \frac{7}{3} = 2,33... = 2,\overline{3}$$

$$\frac{13}{6} \rightarrow \begin{array}{r} 13 \overline{) 6} \\ \underline{12} \\ 10 \\ \underline{6} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 40 \end{array} \Rightarrow \frac{13}{6} = 2,166... = 2,1\overline{6}$$





Rasyonel Sayılar

Devirli Olan ve Olmayan Ondalık Gösterimleri Rasyonel Sayı Olarak Yazma

Ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazmak için virgülden sonraki kısımlarına dikkat edilir.

a, b ve c birer rakam olmak üzere;

$$0, a = \frac{a}{10}$$

$$0, ab = \frac{ab}{100}$$

$$0, abc = \frac{abc}{1000}$$

$$a, bc = \frac{abc}{100}$$

Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

Örneğin;

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

$$0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$0,625 = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$$

Ondalık gösterim rasyonel olarak yazıldıktan sonra gerekli sadeleştirmeler yapılabilir.



Devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazmak için virgül yokmuş gibi düşünülerek sayı aynen yazılır, üzerinde devir çizgisi olmayan kısım çıkarılır ve paya yazılır. Paydaya ise virgülden sonra devreden rakam kadar 9, devretmeyen rakam kadar 0 yazılır.

Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

Örneğin;

$$2,8\bar{5} = \frac{285 - 28}{90} = \frac{257}{90}$$

$$0,4\bar{5} = \frac{45 - 4}{90} = \frac{41}{90}$$

$$1,2\overline{07} = \frac{1207 - 12}{990} = \frac{1195}{990}$$

$$3,\overline{02} = \frac{302 - 3}{99} = \frac{299}{99}$$

285 sayısı aynen yazıldı, üzerinde devir çizgisi olmayan 28 sayısı çıkarıldı. Paydayı ise virgülden sonra devreden ve devretmeyen birer rakam olduğu için bir tane 9 ve bir tane 0 yazıldı.



Rasyonel Sayılarda Sıralama

Rasyonel sayılarda sıralama yapılırken öncelikle sayıların pozitif veya negatif olmasına dikkat edilir.

- Pozitif rasyonel sayılar negatif rasyonel sayılardan büyüktür.

$$+\frac{4}{27} > -\frac{102}{19} \quad -\frac{3}{4} < +\frac{1}{2}$$

- Pozitif rasyonel sayılar sıralanırken paydalar ya da paylar eşitlenerek karşılaştırma yapılır. Paydalar eşitse payı büyük olan; paylar eşitse paydası küçük olan daha büyüktür.

Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

Örneğin;

$$\frac{4}{7}, \frac{9}{7}, \frac{5}{7} \longrightarrow \frac{9}{7} > \frac{5}{7} > \frac{4}{7}$$

$$\frac{21}{8}, \frac{7}{4}, \frac{13}{6} \longrightarrow \frac{63}{24}, \frac{42}{24}, \frac{52}{24} \longrightarrow \frac{63}{24} > \frac{52}{24} > \frac{42}{24} \implies \frac{21}{8} > \frac{13}{6} > \frac{7}{4}$$

(3) (6) (4)

$$\frac{8}{13}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3} \longrightarrow \frac{8}{13}, \frac{8}{10}, \frac{8}{12} \longrightarrow \frac{8}{10} > \frac{8}{12} > \frac{8}{13} \implies \frac{4}{5} > \frac{2}{3} > \frac{8}{13}$$

(2) (4)

- Negatif rasyonel sayılar sıralanırken sayılar pozitif kabul edilerek sıralama yapılır. Daha sonra yapılan sıralamanın yönü değiştirilir.

Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

Örneğin;

$$\bullet \quad -\frac{3}{5}, -\frac{7}{5}, -\frac{1}{5} \longrightarrow \frac{7}{5} > \frac{3}{5} > \frac{1}{5} \longrightarrow -\frac{7}{5} < -\frac{3}{5} < -\frac{1}{5}$$

$$\bullet \quad -\frac{9}{17}, -\frac{9}{5}, -\frac{9}{8} \longrightarrow \frac{9}{5} > \frac{9}{8} > \frac{9}{17} \longrightarrow -\frac{9}{5} < -\frac{9}{8} < -\frac{9}{17}$$

$$\bullet \quad -\frac{3}{4}, -\frac{11}{12}, \frac{8}{9} \longrightarrow \frac{8}{9} \text{ pozitif olduğu için en büyüktür.}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ -\frac{9}{12} & -\frac{11}{12} & \longrightarrow \frac{9}{12} < \frac{11}{12} \longrightarrow -\frac{9}{12} > -\frac{11}{12} \end{array}$$

O halde; $\frac{8}{9} > -\frac{3}{4} > -\frac{11}{12}$ 'dir.



ÖRNEK SORU

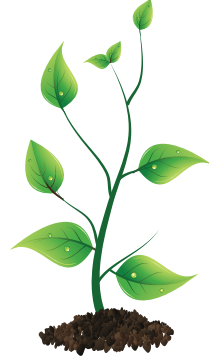
Devirli ondalık gösterimler rasyonel sayı olarak yazılırken sayı aynen yazılır, devretmeyen kısım çıkarılarak paya yazılır. Paydaya ise virgülden sonra devreden rakam kadar 9, devretmeyen rakam kadar 0 yazılır.



$40,\bar{5}$ cm



45,5 cm



$47,2\bar{3}$ cm

Yukarıda üç farklı fidanın boy uzunlukları cm cinsinden verilmiştir.

Buna göre fidanların boy uzunluklarının rasyonel sayı biçiminde yazılışı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) $\frac{91}{2}$

B) $\frac{365}{9}$

C) $\frac{1417}{30}$

D) $\frac{4676}{90}$

Çözüm:

$$40,\bar{5} = \frac{405 - 40}{9} = \frac{365}{9}$$

$$45,5 = \frac{455}{10} = \frac{91}{2}$$

$$47,2\bar{3} = \frac{4723 - 472}{90} = \frac{4251}{90} = \frac{1417}{30}$$

Cevap: D

1. Aşağıda verilen rasyonel sayıları ondalık gösterime dönüştürünüz.

a. $\frac{4}{10}$

b. $-2\frac{1}{2}$

c. $-\frac{1}{8}$

d. $\frac{12}{20}$

e. $-\frac{17}{4}$

f. $-\frac{16}{50}$

2. Aşağıda devirli ondalık gösterim olarak verilen ifadeleri rasyonel olarak yazınız.

a. $2,1\overline{2} =$

d. $0,2\overline{5} =$

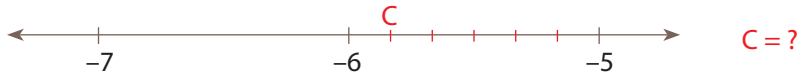
b. $4,\overline{6} =$

e. $3,\overline{2} =$

c. $0,12\overline{5} =$

f. $1,\overline{29} =$

3. Aşağıda sayı doğrusunda gösterilen rasyonel sayıları belirleyiniz.



4. Aşağıda verilen rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

a. $-\frac{3}{4}, -\frac{3}{19}, -\frac{3}{15}$

b. $-2\frac{1}{9}, -2,7, -\frac{15}{4}$

c. $\frac{4}{9}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, \frac{4}{7}$

d. $-\frac{3}{4}, \frac{7}{10}, -\frac{2}{3}$



1. Aşağıdakilerden hangisi rasyonel sayı değildir?

A) -4
C) $\frac{3}{0}$

B) 0
D) $-3\frac{1}{4}$

2. Aşağıdakilerden hangisi pozitif rasyonel sayıdır?

A) -4

B) $-\frac{5}{3}$

C) $\frac{4}{-2}$

D) $-\frac{8}{7}$

3.

$$\frac{-4}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{7}{-3}$$

Yukarıda verilen rasyonel sayıların küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

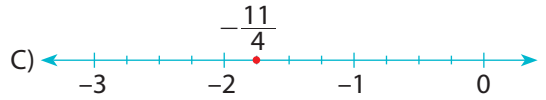
A) $\frac{7}{-3} < \frac{-4}{3} < -\frac{1}{3} < -\frac{2}{3}$

B) $-\frac{1}{3} < \frac{-2}{3} < \frac{-4}{9} < \frac{7}{-3}$

C) $\frac{7}{-3} < \frac{-4}{3} < -\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$

D) $-\frac{1}{3} < \frac{7}{-3} < \frac{-2}{3} < \frac{-4}{3}$

4. $-\frac{11}{4}$ rasyonel sayısının sayı doğrusunda gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



5. $-\frac{K}{6}$ rasyonel sayısı $-\frac{57}{48}$ rasyonel sayısından daha küçük olduğuna göre K yerine aşağıdakilerden hangisi yazılabilir?

A) -8

B) 6

C) 7

D) 8

6.

$$\frac{7}{8} = 0,abc$$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $a+b = 13$

B) $b-c = 2$

C) $a+b+c = 20$

D) $c-a = -3$

7. 5, 1333... sayısının rasyonel yazımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{454}{45}$

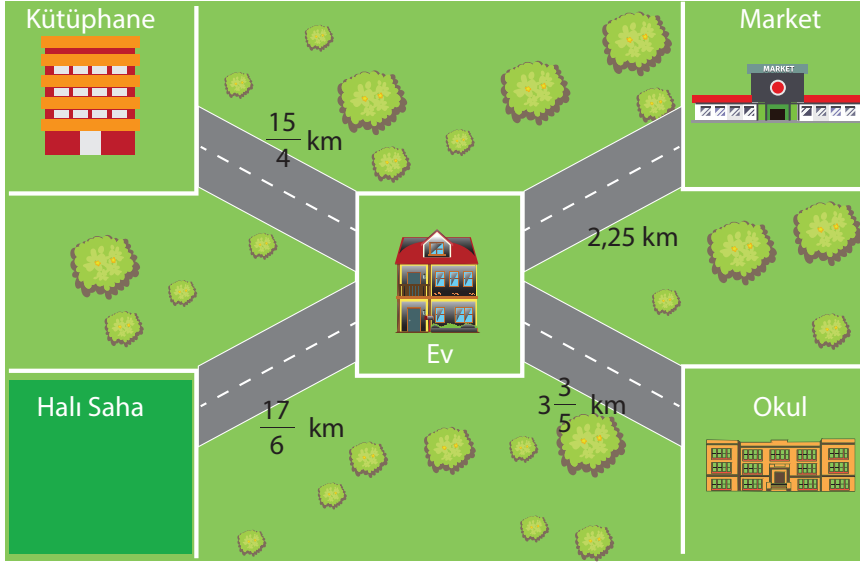
B) $\frac{77}{15}$

C) $\frac{154}{3}$

D) $\frac{154}{9}$



8.

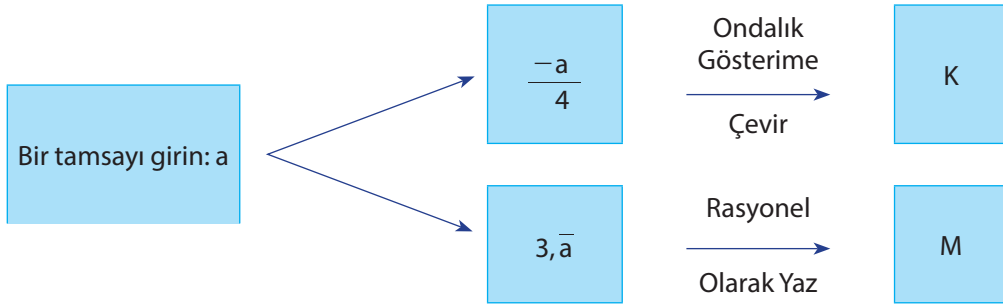


Yukarıdaki görselde Emre'nin evinin kütüphane, market, okul ve halı sahaya olan uzaklıkları gösterilmiştir.

Buna göre eve olan uzaklıklarına göre büyükten küçüğe doğru sıralama yapılırsa hangisi 3. sırada yer alır?

- A) Kütüphane B) Market C) Halı Saha D) Okul

9.



Yukarıdaki şemada K yerine yazılacak olan gösterim - 1,5 olduğuna göre M yerine yazılacak olan sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{11}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{11}{3}$ D) $\frac{11}{30}$



3 RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemi

Toplama ve çıkarma işlemlerinde;

- Paydalar eşit ise toplama ve çıkarma işlemi paylar arasında yapılır ve işlemin sonucu paya, ortak payda ise sonucun paydasına yazılır.

Örneğin;

$$\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{7}{5} = \frac{-3+7}{5} = \frac{4}{5} \quad \frac{-8}{7} - \left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{-8-(-1)}{7} = \frac{-7}{7} = -1$$

- Paydalar eşit değilse uygun sayıda paydalar eşitlendikten sonra işlem yapılır.

$$\frac{-3}{2} + \frac{5}{6} = \frac{-9}{6} + \frac{5}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$\left(-\frac{7}{20}\right) - \left(-\frac{4}{15}\right) = \frac{-21}{60} - \left(-\frac{16}{60}\right) = \frac{-21+16}{60} = \frac{-5}{60} = \frac{-1}{12}$$

Rasyonel sayılarla toplama işleminin aşağıdaki özellikleri vardır.

Değişme Özelliği

Rasyonel sayılarla toplama işlemi yapılırken sayıların yerlerinin değişmesi sonucu değiştirmez.

$$\frac{4}{3} + \left(-\frac{7}{9}\right) = \frac{12+(-7)}{9} = \frac{5}{9} \quad \left(-\frac{7}{9}\right) + \frac{4}{3} = \frac{-7+12}{9} = \frac{5}{9}$$

Birleşme Özelliği

İkiden fazla rasyonel sayı toplanırken sayıların farklı şekilde gruplanarak toplanması sonucu değiştirmez.

$$\left[\frac{3}{20} + \left(-\frac{1}{2}\right)\right] + \frac{4}{5} = \frac{3}{20} + \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{4}{5}\right]$$

$$\left[\frac{3}{20} + \left(-\frac{10}{20}\right)\right] + \frac{16}{20} = \frac{3}{20} + \left[\left(-\frac{10}{20}\right) + \frac{16}{20}\right]$$

$$\frac{9}{20} = \frac{9}{20}$$

Etkisiz Eleman

Rasyonel sayılarda toplama işleminin etkisiz elemanı 0'dır.

$$\frac{3}{7} + 0 = \frac{3}{7} \quad 0 + \left(-\frac{13}{19}\right) = -\frac{13}{19}$$

Ters Eleman

Toplamları 0 olan rasyonel sayılar birbirinin toplama işlemlerine göre tersidir.

$$\frac{5}{11} \text{ 'in toplama işlemine göre tersi } -\frac{5}{11} \text{ 'dir. } \frac{5}{11} + \left(-\frac{5}{11}\right) = 0$$



Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken tam sayılarda olduğu gibi önce sayıların işaretleri çarpılır. Daha sonra payların çarpımı paya, paydaların çarpımı paydaya yazılır.

$$\left(+\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{12}{10} \quad \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{11}{2}\right) = \frac{+33}{10}$$

- Rasyonel sayılarda çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

$$\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{2}{5} = -\frac{6}{35}$$

- Rasyonel sayılarda çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

$$\left[\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)\right] \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left[\left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)\right]$$

$$\left(-\frac{7}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{35}{18}$$

$$\frac{+35}{54} = \frac{+35}{54}$$

- Rasyonel sayılarda çarpma işleminin etkisiz elemanı 1, yutan elemanı 0'dır.

$$\left(-\frac{2}{15}\right) \cdot 1 = -\frac{2}{15} \quad \frac{4}{11} \cdot 0 = 0$$

- Çarpımları 1 olan rasyonel sayılar çarpma işlemine göre birbirinin tersidir. (Ters eleman)

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{8} \text{ sayısının çarpma işlemine göre tersi } \frac{8}{3} \text{ 'tür.}$$

- Rasyonel sayılarda çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılıma özelliği vardır.

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) &= \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{-3}{8} + \frac{-2}{6} = \frac{(-9) + (-8)}{24} = \frac{-17}{24} \end{aligned}$$

(3) (4)





Rasyonel Sayılarla İşlemler

Rasyonel sayılarda bölme işlemi yaparken birinci rasyonel sayı (bölünen) aynen yazılır. İkinci (bölen) ise ters çevrilerek çarpılır.

$$\left(-\frac{3}{10}\right) : \frac{5}{7} = \frac{-3}{10} \cdot \frac{7}{5} = \frac{-21}{50}$$

$$\left(\frac{-7}{4}\right) : \left(\frac{-8}{3}\right) = \left(\frac{-7}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{-8}\right) = \frac{-21}{-32} = \frac{21}{32}$$

$$\frac{-2\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{-\frac{11}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{-11}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{-33}{10}$$

Rasyonel sayılarda bölme işlemlerinde;



- Bir rasyonel sayının 1'e bölümü kendisine eşittir.

$$\left(-\frac{1}{18}\right) : 1 = \frac{-1}{18} \quad \frac{4}{3} : 1 = \frac{4}{3}$$



- Sıfır hariç bir rasyonel sayının -1'e bölümü o sayının ters işaretlisine (toplama işlemine göre tersine) eşittir.

$$\frac{7}{2} : (-1) = \frac{-7}{2} \quad \left(\frac{-5}{9}\right) : (-1) = \frac{+5}{9}$$



- Bir rasyonel sayının 0'a bölümü tanımsızdır.

$$\frac{\frac{3}{8}}{0} \rightarrow \text{tanımsız}$$



- Sıfırın sıfır hariç herhangi bir rasyonel sayıya bölümü sıfırdır.

$$0 : \left(-\frac{3}{4}\right) = 0 \quad 0 : 2\frac{1}{5} = 0$$

$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ şeklinde verilen bölme işlemlerinde işlem çizgisine dikkat edilmelidir.

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{7}} = 3 : \frac{2}{7} = 3 \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{2}$$



Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

Rasyonel sayılarla iki ya da daha fazla işlem içeren ifadeler çok adımlı işlemler denir.

- Çok adımlı işlemlerde işlem önceliklerine dikkat edilmelidir. Hangi adımın daha önce yapılacağı () veya [] ayraçlarla belirtilmiş olabilir.

Aşağıda verilen çözümlü örnekleri inceleyiniz.

Örneğin;

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) &= \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{\underset{(2)}{5}} + \frac{1}{\underset{(5)}{2}} \right) = \frac{3}{4} - \left(\frac{2+5}{10} \right) \\ &= \frac{3}{\underset{(5)}{4}} - \frac{7}{\underset{(2)}{10}} = \frac{15-14}{10} \\ &= \frac{1}{10} \end{aligned}$$

Örneğin;

$$\begin{aligned} 4 - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{8}} &= 4 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{-8}{1} \right) = 4 - \left(\frac{-16}{3} \right) \\ &= 4 + \frac{16}{3} \\ &= \frac{28}{3} \end{aligned}$$

Örneğin;

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} + \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{-4}{3} + \frac{1}{6}} &= \frac{3}{2} + \frac{\boxed{\frac{3}{4} - \frac{2}{4}}}{\boxed{\frac{-8}{6} + \frac{1}{6}}} = \frac{3}{2} + \frac{\boxed{\frac{1}{4}}}{\boxed{\frac{-7}{6}}} \\ &= \frac{3}{2} + \frac{1}{\cancel{4}^{\frac{-3}{2}}} \cdot \frac{\cancel{6}^{-3}}{7} \\ &= \frac{3}{\underset{(7)}{2}} + \left(-\frac{3}{14} \right) \\ &= \frac{21+(-3)}{14} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7} \end{aligned}$$



Örneğin;

$$\begin{aligned}
 3 + \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{10}{1 - \frac{1}{2}}} &= 3 + \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{10}{\frac{1}{2}}} \\
 &= 3 + \frac{\frac{2}{3}}{1 + 10 \cdot \frac{2}{1}} \\
 &= 3 + \frac{\frac{2}{3}}{21} \\
 &= 3 + \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{21}}{1} \\
 &= 3 + \frac{2}{63} = \frac{191}{63}
 \end{aligned}$$

Rasyonel Sayıların Karesi ve Küpü

$\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olmak üzere;

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{4^2}{7^2} = \frac{16}{49}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{-8}{125}$$

- Pozitif rasyonel sayıların karesi de, küpü de pozitif rasyonel sayıdır.
- Ancak negatif rasyonel sayıların karesi pozitif, küpü negatif rasyonel sayıdır.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{(-2)^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$\left(-1\frac{1}{5}\right)^3 = \left(-\frac{6}{5}\right)^3 = \frac{(-6)^3}{5^3} = \frac{-216}{125}$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{(-3)^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{8}$$

Aşağıdaki çok adımlı işlemleri inceleyiniz.

$$\begin{aligned} \left[\left(-1\frac{1}{2} \right)^2 + 1 \right] : \frac{1}{4} &= \left[\left(-\frac{3}{2} \right)^2 + 1 \right] : \frac{1}{4} \\ \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \frac{4}{3}}{\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}} &= \frac{\frac{9}{4} + 1}{\frac{1}{6}} : \frac{1}{4} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{1}{6}} \cdot \frac{4}{1} \\ &= \frac{13}{1} \cdot \frac{6}{1} = 78 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(-0,3) : \left(-\frac{2}{5} \right)^2}{\left(\frac{1}{2} \right)^2 : 2} &= \frac{\left(-\frac{3}{10} \right) : \frac{4}{25}}{\frac{1}{4} : 2} = \frac{\frac{-3}{10} \cdot \frac{25}{4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{-15}{8}}{\frac{1}{8}} = \frac{-15}{8} \cdot \frac{8}{1} = -15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 - \frac{12}{1 + \frac{3}{1 - \frac{1}{2}}} &= 3 - \frac{12}{1 + \frac{3}{\frac{1}{2}}} \\ &= 3 - \frac{12}{1 + 3 \cdot \frac{2}{1}} \\ &= 3 - \frac{12}{7} \\ &= \frac{9}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} - \frac{15}{3 + \frac{1}{3}} &= \frac{4}{3} - \frac{15}{\frac{10}{3}} \\ &= \frac{4}{3} - \frac{45}{10} = \frac{40 - 135}{30} = \frac{-95}{30} \\ &= \frac{-19}{6} \end{aligned}$$



Rasyonel Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren Problemler

- Rasyonel sayılarla işlem yapmayı gerektiren problemleri çözmek için, problem iyi anlaşılmalı ve problem çözme basamakları uygulanmalıdır.

Örneğin;

"Bir ortaokuldaki öğrencilerin $\frac{2}{5}$ 'i 8. sınıfta, geriye kalan öğrencilerin ise $\frac{1}{3}$ 'ü 7. sınıfta okumaktadır. Ortaokul öğrenci sayısı 720 olan bu okulda 7. sınıf öğrencilerinin $\frac{1}{8}$ 'i 7-J sınıfında olduğuna göre, 7-J sınıfının sınıf mevcudu kaçtır?" problemini çözelim.

7-J sınıfının sınıf mevcudunu bulmak için öncelikle 7. sınıf öğrenci sayısı bulunmalıdır.

8. sınıfa giden öğrenci sayısını bulup geriye kalan öğrenci sayısını bulalım.

$$720 \text{ öğrencinin } \frac{2}{5} \text{'i} \rightarrow 720 \cdot \frac{2}{5} = 288$$

$$720 - 288 = 432 \text{ (Kalan Öğrenci Sayısı)}$$

432 öğrencinin $\frac{1}{3}$ 'ü 7. sınıf, 7. sınıf öğrencilerinin de $\frac{1}{8}$ 'i 7-J sınıfında olduğuna göre;

$$\begin{aligned} 432 \text{'nin } \frac{1}{3} \text{'ünün } \frac{1}{8} \text{'i} &= 432 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} \\ &= 432 \cdot \frac{1}{24} = 18 \end{aligned}$$

7-J sınıfının sınıf mevcudu 18'dir.

İşlem hatası yapıp yapılmadığı kontrol edilmek amacıyla problemin sağlanması yapılabilir.



Özellikle geometrik şekil içeren rasyonel sayı problemlerinde problemi şekil çizerek çözmek kolaylık sağlar.

Örneğin;

Bir araç gideceği yolun $\frac{2}{5}$ 'ini gidince geriye 165 km yolu kalıyor.

Buna göre bu yolun $\frac{13}{25}$ 'ini gitseydi kaç km yolu kalırdı?

Çözüm:

$$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Yolun } \frac{3}{5} \text{'i } 165 \text{ km}$$

$$165 : 3 = 55$$

$$55 \times 5 = 275 \text{ km (Yolun tamamı)}$$

$$\text{Yolun } \frac{13}{25} \text{'i gidildiğinde } \frac{25}{25} - \frac{13}{25} = \frac{12}{25} \text{'i kalır.}$$

$$\frac{11}{275} \cdot \frac{12}{25} = 132 \text{ km yolu kalır.}$$



Aşağıdaki problemleri ve çözümlerini inceleyelim.

Örneğin;

Bir kumbarada bulunan 50 kuruşluk madeni paraların sayısı 1 TL'lik madeni paraların sayısının $\frac{2}{5}$ 'i kadardır.

Kumbarada sadece 50 kuruş ve 1 TL'lik madeni paralar olup 30 tane 1 TL olduğuna göre kumbarada toplam kaç TL vardır?

Çözüm:

50 kuruşluk madeni paraların sayısını bulalım.

$$30'un \frac{2}{5}'i \rightarrow 30 \cdot \frac{2}{5} = 12$$

$$30 \text{ tane } 1 \text{ TL} \rightarrow 30 \text{ TL}$$

$$12 \text{ tane } 50 \text{ kuruş} \rightarrow 12 \cdot 50 = 600 \text{ kuruş} = 6 \text{ TL}$$

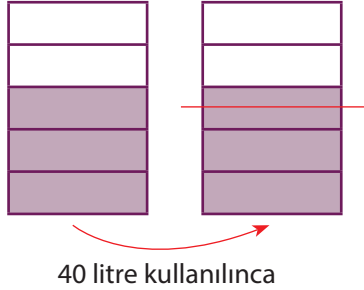
$$30 + 6 = 36 \text{ TL}$$

Örneğin;

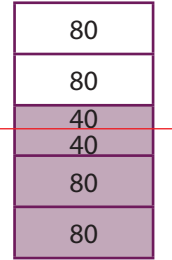
Bir su deposunun $\frac{3}{5}$ 'i doludur. Depodan 40 litre su kullanıldığında deponun yarısı kadar su kaldığına göre bu depo kaç litreliktir?

Çözüm:

Şekil çizerek yapalım.



O halde bir bölme 80 litre su alır.



$$5 \cdot 80 = 400 \text{ litre}$$

Örneğin;

Bir manav tezgahında bulunan elmaların önce $\frac{2}{5}$ 'ini sonra kalan elmaların $\frac{1}{3}$ 'ünü satıyor. Tezgahta 14 kg elma kaldığına göre başlangıçta kaç kg elma vardır?

Çözüm:

$$\text{Elmaların } \frac{2}{5}'i \text{ satıldığında} \rightarrow \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ 'i kalır.}$$

$$\text{Kalan elmaların } \frac{1}{3}'ü \rightarrow \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Elmaların önce } \frac{2}{5}'ini \text{ daha sonra } \frac{1}{5}'i \text{ satılmış}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \quad \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ (En son kalan)}$$

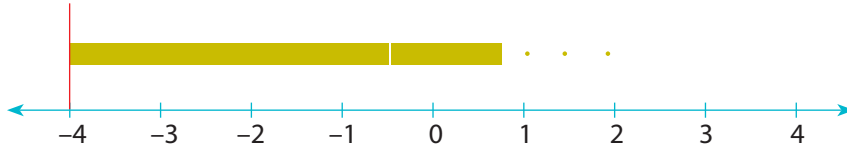
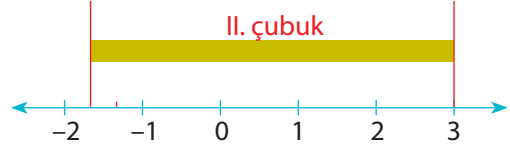
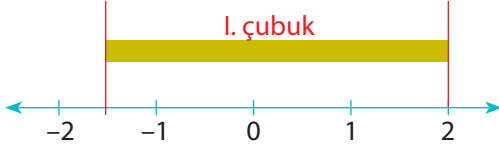
$$\text{Elmaların } \frac{2}{5}'i \text{ 14 kg aldığına göre;}$$

$$14 : 2 = 7 \quad 7 \cdot 5 = 35 \text{ kg}$$



ÖRNEK SORU

Aşağıda üç sayı doğrusu ve iki çubuk verilmiştir.



Aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- I. çubuğun gösterildiği sayı doğrusunda -2 ile -1 arası iki eş parçaya ayrılmıştır.
- II. çubuğun gösterildiği sayı doğrusunda -2 ile -1 arası üç eş parçaya ayrılmıştır.

Buna göre I. ve II. çubuk şekildeki gibi birleştirildiğinde oluşan çubuğun bir ucu -4 sayısının hizasına getirilirse diğer ucu hangi rasyonel sayının hizasına gelir?

A) $\frac{13}{6}$

B) $\frac{5}{2}$

C) $\frac{19}{6}$

D) $\frac{11}{3}$

Çözüm:

$$\text{I. çubuğun boyu} \rightarrow 2 - \left(-1\frac{1}{2}\right) = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\text{II. çubuğun boyu} \rightarrow 2 - \left(-1\frac{2}{3}\right) = 2 + \frac{5}{3} = \frac{11}{3}$$

İki çubuk birleştirilirse;

$$\frac{7}{2} + \frac{11}{3} = \frac{21 + 22}{6} = \frac{43}{6}$$

(3) (2)

Çubuğun bir ucu -4 sayı üzerinde olup, diğer ucu K rasyonel sayısı üzerinde olsun.

$$K - (-4) = \frac{43}{6}$$

$$K + 4 = \frac{43}{6} \quad K = \frac{43}{6} - 4 = \frac{19}{6}$$

Cevap: C

1. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{13}{5}\right)$

b. $\left(-\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right)$

c. $3\frac{4}{5} + \left(-\frac{11}{10}\right) + 0,3$

d. $\left(-1\frac{1}{2}\right) + \frac{7}{10}$

2. Aşağıda verilen çok adımlı işlemleri yapınız.

a. $\frac{4}{0,3} + \frac{12}{3 + \frac{1}{2}}$

b. $4 + \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{5 - \frac{4}{3}}$

3. Aşağıdaki işlemlerde harflerle karşılık gelen rasyonel sayıları bulunuz.

a. $\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot K = \frac{4}{3}$

b. $\frac{7}{5} : L = -1\frac{4}{15}$

c. $M : 0,1\bar{9} = 4$

d. $N \cdot \frac{-4}{5} = \frac{3}{4} : \left(-1\frac{1}{2}\right)$

4. Aşağıdaki işlem tablolarını doldurunuz.

a.

Üs \ Taban	2	3
$-\frac{1}{2}$		
$\frac{2}{3}$		

b.

Üs \ Taban	0,2	0,1
3		
2		



1.

$$\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)$$

işleminin sonucunu çarpma işlemine göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3

2. Aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucu $\frac{1}{2}$ 'den küçüktür?

- A) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
C) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ D) $\left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{4}{5}$

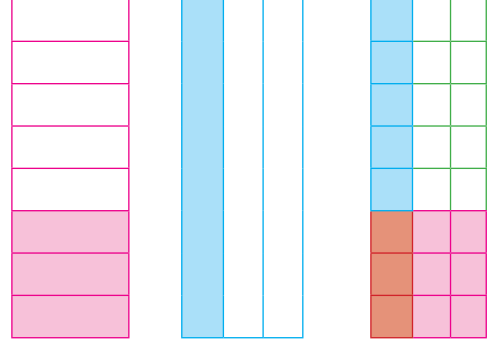
3.

$$\frac{4}{3} - \left[\frac{1}{2} + \left(-\frac{4}{5}\right) \right]$$

işleminin sonucunun toplama işlemine göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{29}{15}$ B) $\frac{13}{15}$
C) $-\frac{49}{30}$ D) $-\frac{29}{13}$

4.



Yukarıda rasyonel sayılarla yapılan bir işlem modellenmiştir.

Modellenen bu işlem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{7} : \frac{1}{3} = \frac{9}{21}$
B) $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{21}$
C) $\frac{3}{8} + \frac{1}{3} = \frac{3}{24}$
D) $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{24}$

5.

$$3 + \frac{4}{1 + \frac{3}{4}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{37}{7}$ B) $\frac{47}{7}$ C) $\frac{17}{2}$ D) 10

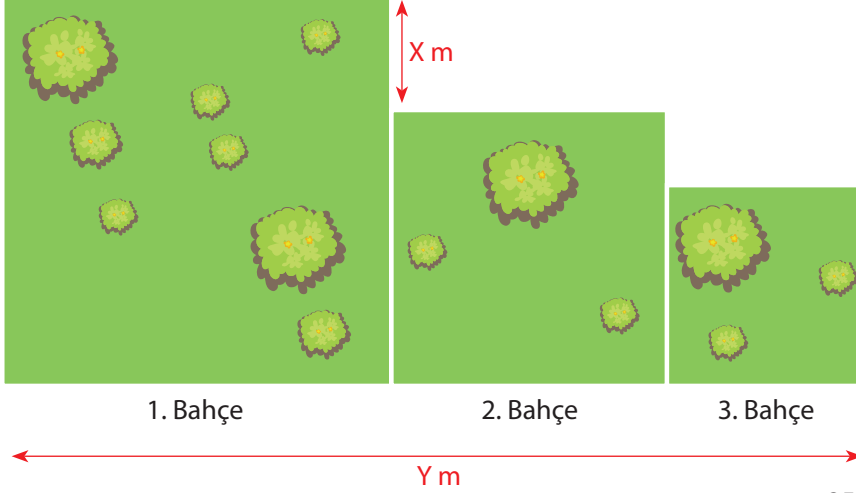
6.

$$a = \frac{1}{0,3} - \frac{1}{0,4}$$

olduğuna göre $a^2 - a^3$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{9}{64}$ B) $\frac{27}{64}$
C) $\frac{9}{16}$ D) $\frac{9}{32}$

7. Aşağıda yan yana kare şeklinde üç hobi bahçesinin görseli verilmiştir.

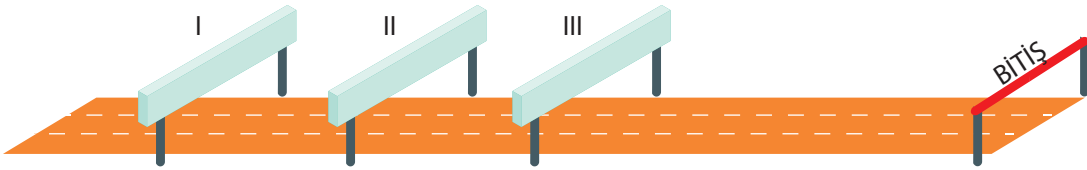


- 1. hobi bahçesinin bir kenar uzunluğu 3. hobi bahçesinin bir kenar uzunluğunun $\frac{25}{9}$ katıdır.
- 2. hobi bahçesinin bir kenar uzunluğu 1. hobi bahçesinin çevresinin $\frac{3}{20}$ 'si kadardır.

1. ve 2. hobi bahçelerinin kenar uzunlukları arasındaki fark (X) 10 metre olduğuna göre Y uzunluğu kaç metredir?

- A) 36 B) 49 C) 54 D) 59

8.



100 metre engelli koşuda parkurun $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ve $\frac{1}{2}$ 'si olan mesafelere gelindiğinde engeller vardır.

- I. engel ile III. engel arasındaki mesafe X m
- II. engel ile bitiş çizgisi arasındaki mesafe Y m

olduğuna göre $\frac{Y}{X}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{4}$ D) 1

